

In-situ-Meßverfahren zur Bestimmung der Absorptionseigenschaften einer Probe unter Anwendung der AKF

Jörn Hübel, Institut für Akustik und Sprachkommunikation, TU Dresden, 01062 Dresden

Eine Alternative zum „Subtraktionsverfahren“ – Warum?

In vielen Situationen ist es notwendig, die Absorptionseigenschaften einer Probe vor Ort zu bestimmen. In den vergangenen Jahren wurden zu diesem Themenkreis die verschiedensten Methoden vorgestellt.

Eines der dabei häufig diskutierten Verfahren ist die Impuls-Echo-Methode. Oftmals wird diese Methode im Zusammenhang mit der „Subtraktionstechnik“ [Mom95], einer Technik der Signalanalyse, angewandt.

Im einfachsten Fall liegt diesem Verfahren das „Spiegelquellen“-Modell zur Beschreibung des Schallfeldes zugrunde. Dann erhält man bei bekannter Geometrie des Meßaufbaus und bekannter Umgebungstemperatur eine Gleichung mit zwei Unbekannten, der Amplitude $\underline{Q}(\omega)$ des von dem Lautsprecher abgestrahlten Schalldrucks (Punktquelle-1/r Gesetz) und dem Reflexionsfaktor $\underline{R}(\omega)$ der zu untersuchenden Probe (Signalgemisch; Unterstrich steht für komplexe Größe)

$$\underline{p}_1(\omega) = \underline{Q}_{d1}(\omega) \cdot e^{-j\omega r_{d1}} + \underline{R}(\omega) \cdot \underline{Q}_{r1}(\omega) \cdot e^{-j\omega r_{r1}} \quad (1)$$

Zur Bestimmung des Reflexionsfaktors ist daher die Durchführung einer zweiten Messung des Schalldrucks \underline{p}_2 im Freifeld der Quelle (Kompensationsmessung) erforderlich.

$$\underline{p}_2(\omega) = \underline{Q}_{d2}(\omega) \cdot e^{-j\omega r_{d2}} \quad (2)$$

Die Extraktion des reflektierten Signals erfolgt durch Subtraktion

$$\underline{p}_1(\omega) - \underline{p}_2(\omega) = \underline{R}(\omega) \cdot \underline{Q}_{r1}(\omega) \cdot e^{-j\omega r_{r1}} \quad (3)$$

Für den Reflexionsfaktor gilt dann:

$$\underline{R}(\omega) = \left[\frac{\underline{p}_1(\omega) - \underline{p}_2(\omega)}{\underline{p}_2(\omega)} \right] \cdot \frac{r_{r1}}{r_{d2}} \cdot e^{j\omega \left(\frac{r_{r1}}{c_1} - \frac{r_{d2}}{c_2} \right)} \quad (4)$$

mit

r_{r1} Weg des von der Probe reflektierten Schallstrahls Messung 1

c_1, c_2 Schallgeschwindigkeit Messung 1 bzw. 2

r_{d2} Weg des direkten Schallstrahls Messung 2 (Abstand LSP/Mikrofon)

(Die Zeitfunktionen werden als Folge diskreter Amplitudenwerte abgeleitet. Aus Gründen der Vereinfachung werden im folgenden Funktionen im Frequenz- oder Zeitbereich als Funktion einer kontinuierlichen Frequenz- bzw. kontinuierlichen Zeitvariablen t dargestellt)

Grundsätzlich wird während des Zeitraums, in dem beide Messungen stattfinden, von der zeitlichen Invarianz der Randbedingungen (z.B. Temperatur und Abstand zwischen Quelle und Mikrofon) ausgegangen. Fehler, welche z.B. durch unterschiedliche Temperatur während der Messzeitpunkte hervorgerufen werden (Ursache: z.B. Temperaturgradient über der Straßenoberfläche bei Sonneneinstrahlung), bewirken eine Abweichung der Gruppenlaufzeit t_{d2} von t_{d1} . Diese Differenz kann mit Hilfe einer zeitlichen Verschiebung der aufgenommenen Zeitfunktion kompensiert werden.

Eine Verschiebung der Samples kann jedoch zunächst nur in diskreten Zeitschritten erfolgen. Für eine möglichst genaue Extraktion des reflektierten Impulses ist die Wahl einer Abtastfrequenz, die weit über der durch das Abtasttheorem geforderten Nyquist-Frequenz liegt, erforderlich

$$f_a \gg f_{nyquist} > 2f_g \quad (5)$$

Bei Messsystemen, die mit ihrer oberen Grenzfrequenz der Forderung (5) nicht genügen, kann eine exaktere Verschiebung der diskreten Zeitfunktion durch Interpolation erfolgen. Dazu muß jedoch ein Kriterium (z. B. das Erreichen eines bestimmten Amplituden-Wertes der Zeitfunktionen $p_1(t)$ und $p_2(t)$) zur Berechnung der tatsächlichen Differenz zwischen den beiden Gruppenlaufzeiten eingeführt werden.

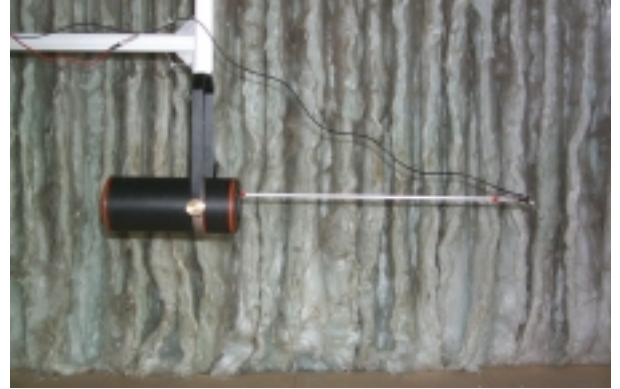


Bild 1 Der Versuchsaufbau. Durch die drehbare Lagerung des Lautsprechers kann die Kompensationsmessung unkompliziert durchgeführt werden.

Kleine charakteristische Dimensionen der Proben (Fresnel-Zonen-Modell) sowie eine niedrige untere Grenze des zu betrachtenden Frequenzbereiches [Mom95] bedingen sehr kurze Abstände zwischen dem Mikrofon und der Probenoberfläche z.B. 5cm. Die dadurch eintretende Überlagerung zwischen direktem und indirektem Impuls ($t_{d1} \approx t_{r1}$) in der Zeitfunktion $p_1(t)$ erschwert die exakte Berechnung der Gruppenlaufzeitdifferenz $t_{d1} - t_{d2}$ erheblich.

Unterschiede in den Gruppenlaufzeiten bewirken jedoch einen signifikanten Fehler in Betrag und Phase des Reflexionsfaktors im oberen Frequenzbereich.

Aus diesem Grund war es erforderlich, ein von der Gruppenlaufzeit t_{d2} unabhängiges Verfahren zu entwickeln. Als Alternative schien daher der Einsatz der Autokorrelationsfunktion (AKF) sinnvoll.

Extraktion mittels AKF

Die AKF ist im Zeitbereich definiert, kann jedoch nach Transformation der Zeitfunktion in den Frequenzbereich mit Hilfe des Autoleistungsdichtespektrums berechnet werden. Für das Autoleistungsdichtespektrum von $\underline{p}_1(\omega)$ (Gl. 1) gilt [Opp89]:

$$\begin{aligned} |\underline{p}_1(\omega)|^2 &= \left| \underline{Q}_{d1}(\omega) \right|^2 \left[1 + \frac{\underline{Q}_{r1}(\omega)}{\underline{Q}_{d1}(\omega)} \underline{R}(\omega) \cdot e^{-j\omega(t_{r1}-t_{d1})} \right] \\ &\cdot \left[1 + \frac{\underline{Q}_{r1}(\omega)}{\underline{Q}_{d1}(\omega)} \underline{R}^*(\omega) \cdot e^{+j\omega(t_{r1}-t_{d1})} \right] \otimes \text{conj. complex} \end{aligned} \quad (6)$$

Mit Hilfe einer Zeit-Fensterung lässt sich der Term aus Gl. 6

$$\left| \underline{Q}_{d1}(\omega) \right|^2 \left[\frac{\underline{Q}_{r1}(\omega)}{\underline{Q}_{d1}(\omega)} \underline{R}(\omega) \cdot e^{-j\omega(t_{r1}-t_{d1})} \right] \quad (7)$$

extrahieren. Für die Berechnung des Reflexionsfaktors ergibt sich nunmehr:

$$\underline{R}(\omega) = \left[\frac{|\underline{Q}_{d1}(\omega)|^2 r_{d,1}^2}{|\underline{p}_2(\omega)|^2 r_{d,2}^2} \left[\frac{\underline{Q}_{r1}(\omega)}{\underline{Q}_{d1}(\omega)} \underline{R}(\omega) \cdot e^{-j\omega(t_{r1}-t_{d1})} \right] \right] \cdot \frac{r_{r1}}{r_{d1}} \cdot e^{j\omega \left(\frac{r_{r1}}{c_1} - \frac{r_{d,1}}{c_1} \right)} \quad (8)$$

Das Verfahren ist unabhängig von der Zeitvariablen t_{d2} , da nur der Betrag der komplexen Größe Schalldruck \underline{p}_2 in Gl. 8 Berücksichtigung findet. Es ist jedoch denkbar, dass durch die Quadrierung des Betrags von \underline{p}_2 ein größerer Fehler im Vergleich zur „Subtraktionstechnik“ entsteht. Aus diesem Grund ist eine vergleichende Fehlerrechnung für beide Techniken durchgeführt worden.

Fehlermodell

Die Schranke für den maximalen Fehler beider Verfahren (Gl. 4 und 8) wurde unter Anwendung des linearen Fehlerfortpflanzungsgesetzes bestimmt:

$$\varepsilon = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \varepsilon_1 + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \right| \varepsilon_2 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \varepsilon_n \quad \text{mit } y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (9)$$

Zur Illustration soll zunächst in Bild 2 der Fehler, der bei der Verwendung des Subtraktionsverfahrens durch die zeitliche Abweichung des Kompensationssignales t_{d2} (Gl.2) vom Signalgemisch (Gl.1) entsteht, dargestellt werden. Hierzu wurde die partielle Ableitung des Betrages von Gleichung 4 für die Differentiationsvariable t_{d2} als Funktion der Frequenz aufgetragen. Weiterhin ist in Bild 2 zur Validierung der Fehlerprognose der tatsächliche Fehler des Algorithmus gezeigt. In den verarbeiteten Zeitfunktionen (Gl.1 und Gl.2 im Zeitbereich) ist dabei für alle Impulse die Lautsprecherimpulsantwort verwendet worden ($R(\omega)=1$). Der Direktimpuls im Kompensationssignal (Gl. 2 im Zeitbereich) ist dabei um $\Delta t_{d2} = 8.33\mu\text{s}$ (max. Fehler bei Fehlerkorrektur mittels Verschiebung bei einer Abtastfrequenz $f_A \approx 240 \text{ kHz}$) gegenüber dem Direktsignal im Signalgemisch (Gl.2) verschoben.

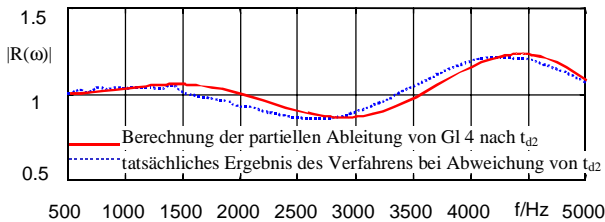


Bild 2 Ergebnis des Algorithmus „Subtraktionsverfahren“ für eine „schallharte“ Reflexion - erwarteter Wert $R(\omega)=1$. Der Fehler entsteht durch die zeitliche Verschiebung des Kompensationssignals um $\Delta t_{d2} = 8.33\mu\text{s}$ (max. Fehler bei Fehlerkorrektur mittels Verschiebung der Zeitsamples bei einer Abtastfrequenz $f_A \approx 240 \text{ kHz}$). Parameter: $c_1 = c_2 = 344 \text{ m/s}$; $r_d = 1 \text{ m}$; $r_r = 1.1 \text{ m}$

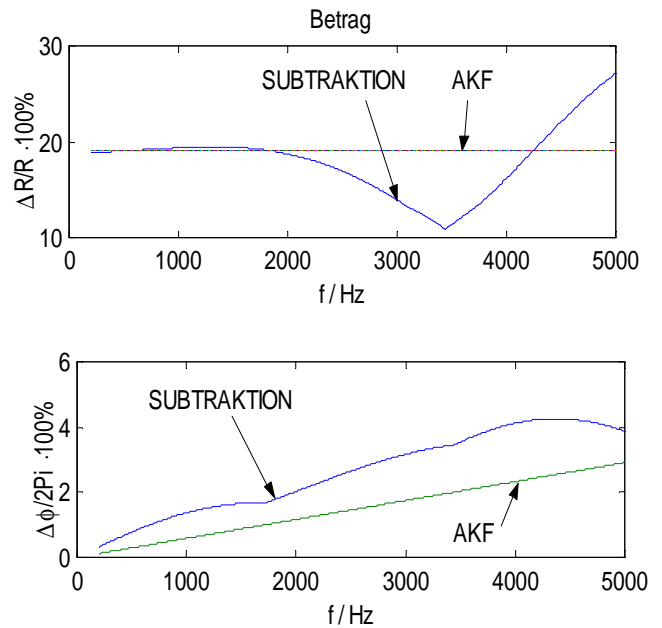
Neben der sehr guten Übereinstimmung beider Kurven ist in Bild 2 eine Welligkeit des Fehlerverlaufes beobachtbar. Der Betrag des Fehlers nimmt mit steigender Frequenz zu. Bei einer Frequenz von 4300 Hz beträgt der relative Fehler in etwa 25%. Die Wellenlänge der Fehlerfunktion hängt von der Differenz der beiden Ausbreitungswege, des reflektierten und direkten Schallstrahles ab.

Vergleich der Gesamtfehler beider Verfahren

In Bild 3 oben ist der relative maximale Gesamtfehler (Gl. 9) für beide Extraktionstechniken gezeigt. Die gewählten Parameter sind der Bildunterschrift zu entnehmen.

Im Frequenzbereich zwischen $3000\text{--}4000 \text{ Hz}$ ist der relative Fehler der „AKF-Methode“ im Vergleich zur „Subtraktions-Methode“ größer. Die Höhe des Fehlers wird bei der Methode mit Autokorrelation im genannten Frequenzbereich sehr stark von der Abweichung der Amplitude des Kompensationssignals bestimmt. In diesem Beispiel beträgt die relative Abweichung der Referenzmessung p_2 vom Direktschall im Signalgemisch (Gl.1) 4%. Sie ist konstant über den gesamten Frequenzbereich. Dieser Wert wird bei einem Signal-Störabstand von 10 dB durch genügend lange Mittelung (40 Messungen, jeweils $\text{AVG}=128$, relative Standardabweichung 1.5%) ohne weiteres eingehalten. Als Mittel zu Überwachung sollte während jeder Messung die Kohärenzfunktion herangezogen werden. Für größere Fehler in der Amplitude von p_2 steigt der Gesamtfehler infolge des Quadrierens des Betrages von p_2 in Gleichung 8 stark an.

Aufgrund der Betragsbildung der komplexen Größe Schalldruck p_2 in Gleichung 8 wird der Fehler bei der Bestimmung der Phase durch die AKF-Methode im Vergleich zu Subtraktionsmethode gering gehalten. Es soll jedoch angemerkt werden, dass in diesem Fall von einer relativen Genauigkeit bei der Bestimmung der Abstände von 0.2% ausgegangen wurde ($\Delta r = 2 \text{ mm}$ auf 1 m).



Parameter: $c = 344 \text{ m/s}$; $r_d = 1 \text{ m}$; $r_r = 1.05 \text{ m}$; $\Delta r_d = 2 \text{ mm}$; $\Delta r_r = 2 \text{ mm}$; $\Delta t_d = 4 \mu\text{s}$; $\Delta p_d/p_d = 4\%$; $\Delta p_r/p_r = 12\%$; $\phi = 0$; $\Delta c/c = 0.6\%$;

Bild 3 Der relative maximale Gesamtfehler (Gl. 9) bei der Bestimmung des Reflexionsfaktors - beide Extraktionstechniken im Vergleich. Oben: Betrag des Reflexionsfaktors; Unten: Phase des Reflexionsfaktors.

Zusammenfassung

Der Hauptfehler der beiden Verfahren wird durch die Abweichung des Kompensationssignals vom Signalgemisch hervorgerufen. Während bei der AKF-Methode hohe Anforderungen an die Bestimmung des Betrages gestellt werden, muß bei der Subtraktionsmethode vorrangig auf eine exakte Übereinstimmung der Phasenlage beider Messungen geachtet werden.

Die Anforderungen an den Signal-Störabstand sind daher bei der „AKF-Methode“ verglichen zur „Subtraktionsmethode“ strenger. Mit Hilfe der Kohärenzfunktion kann die Genauigkeit der Messung überwacht werden.

Der Fehler der „AKF-Methode“ ist unabhängig von der Phasenabweichung zwischen Kompensationssignal und Signalgemisch. Abweichungen in der Temperatur oder Wegänderungen haben deshalb keinen Einfluß auf das Meßergebnis.

Bei der Subtraktionsmethode kann zur Minderung der Phasenabweichung eine sehr hohe Abtastrate gewählt werden (genaue Verschiebung und Interpolaton der Zeitsamples). Diese liegt weit über der nach dem Abtasttheorem geforderten Frequenz. Eine hohe Abtastrate hat jedoch die Verringerung der Periodenlänge der MLS-Sequenz zur Folge. Dies erschwert den Einsatz der Subtraktionsmethode in „halliger“ Umgebung stark.

Der Einfluß von Zeitfenstern wurde in diesem Beitrag nicht diskutiert.

Literatur

- [Mom95] Mommertz, E.: Angle-Dependent In-situ Measurements of Reflection Coefficients Using a Subtraction Technique. Applied Acoustics 46 1995, S.251-263
- [Opp89] Oppenheim, A. V., Schaffer, R.W.: Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall, New Jersey, 1989.