

# Schätzung der Absorberparameter poröser Medien anhand von Absorbermodellen und Messung des Absorberkennwertpaars

Jörn Hübelt<sup>1</sup>, Markus Böhm<sup>2</sup>, Rüdiger Hoffmann<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Gesellschaft für Akustikforschung mbH, 01099 Dresden, Deutschland, Email: joern.huebelt@akustikforschung.de

<sup>2</sup> Institut für Akustik und Sprachkommunikation, 01062 Dresden, Deutschland, Email: Ruediger.Hoffmann@ias.et.tu-dresden.de

## Einleitung

Das akustische Verhalten homogener und isotroper Schallausbreitungsmedien kann vollständig durch deren Absorberkennwertpaar (z.B.  $k_A$  - Wellenzahl einer ebenen Welle im Material und  $\underline{Z}_A$  - komplexer Wellenwiderstand einer ebenen Welle im Material) beschrieben werden. Über ein bekanntes Absorberkennwertpaar des porösen Absorbers ist es beispielsweise möglich, den Schallabsorptionsgrad (diffuser oder winkelabhängiger Schalleinfall) eines Mediums analytisch für beliebige Schichtdicken zu bestimmen.

Absorbermodelle erlauben die Berechnung des Absorberkennwertpaares als Funktion der Frequenz. Als Eingangsgrößen werden dabei die Absorberparameter, z.B. Strömungswiderstand  $\Xi$  und Porosität  $\sigma$ , verwendet.

Direkte Messverfahren zur Bestimmung der einzelnen Absorberparameter gestalten sich oft sehr aufwendig. Es war daher wünschenswert, anhand von Messwerten des Absorberkennwertpaares und mit Hilfe von ausgewählten Modellen die Absorberparameter zu schätzen.

## Absorbermodelle

In die Untersuchungen wurden daher drei Absorbermodelle für poröse Medien einbezogen:

- *Theorie des homogenen Medium* [1] (allgemeine poröse Medien, vier Absorberparameter),
- *Phänomenologisches Modell* [2] (poröser Asphalt, drei Absorberparameter),
- *Modell von DELANY/BAZELY* [1] (Faserabsorber, ein Absorberparameter).

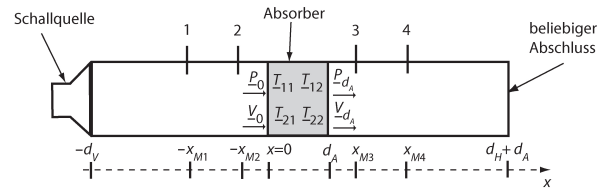
## Messverfahren

Zur Bestimmung der Absorberkennwertpaare unterschiedlicher poröser Medien wurde ein impedanzrohrbasiertes Messverfahren, das *Übertragungsmatrixverfahren* [3] (*ÜTMV*), ausgewählt (Prinzip in Abb. 1). Bei diesem Verfahren wird die Absorberprobe im Rohr als Wellenleitervierpol betrachtet und dessen Übertragungsmatrix bestimmt. Zur Berechnung der Elemente  $T$  der Übertragungsmatrix ist dazu der Schalldruck an vier Mikrofonpositionen zu messen. Die Übertragungsmatrix steht dabei in direktem Zusammenhang mit dem Absorberkennwertpaar:

$$k_A = \frac{1}{d_A} \arccos(\underline{T}_{11}), \quad (1)$$

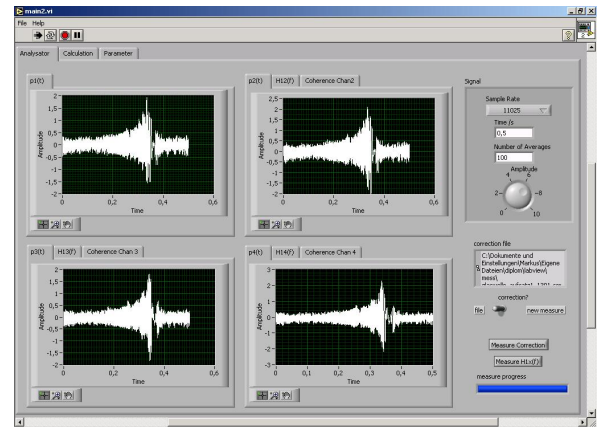
$$\underline{Z}_A = \left( \frac{\underline{T}_{12}}{\underline{T}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Das ausgewählte Verfahren wurde zunächst anhand



**Abbildung 1:** Prinzipaufbau des Übertragungsmatrixverfahrens (ÜTMV) mit vier Mikrofonen.

einer Simulation untersucht. Dabei musste festgestellt werden, dass bei der Berechnung von  $\arccos(\underline{T}_{11})$  Lösungskorrekturen nach der Funktionstheorie vollzogen werden müssen. Die Simulation lieferte lediglich



**Abbildung 2:** Screenshot des Messprogramms für das ÜTMV mittels LABVIEW.

den Hauptwert der Lösung als Ergebnis. Die gesamte Lösungsmenge von

$$\arccos(\underline{T}_{11}) = -j \text{Ln}(\underline{T}_{11} + \sqrt{\underline{T}_{11}^2 - 1}) \quad (3)$$

ist wegen

$$\text{Ln}(w) = \ln |w| + j (\arg(w) + 2k\pi) \text{ mit } k \in \mathbb{Z} \quad (4)$$

aber unendlich vieldeutig und eine Abbildung des Hauptwerts auf unendlich viele übereinander liegende Ebenen. Jeder Funktionswert der  $\underline{T}_{11}$ -Ebene entspricht einem Punkt auf einer dieser miteinander verbundenen

Ebenen. Die Gesamtheit aller Ebenen wird als mehrblättrige RIEMANN'sche Fläche bezeichnet. Durch Aufstellen einer Korrekturvorschrift konnte der Wechsel der RIEMANN'schen Blätter in beide Richtungen realisiert werden.

## Parameterschätzer

Ein statistisches Schätzverfahren definiert das Zielfunktional und gibt dessen Optimierungskriterium an. Verwendet wurde innerhalb der Arbeiten die *Methode der kleinsten Quadrate* mit dem Zielfunktional  $J(\theta)$ :

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^n \varepsilon_k(\theta) \varepsilon_k^*(\theta) \quad (5)$$

und dem Optimierungskriterium:

$$\left. \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_{ges}} = 0. \quad (6)$$

Hierin ist  $\varepsilon_k(\theta)$  die Abweichung zwischen Modell und Realität in Abhängigkeit der Parameter  $\theta$ .

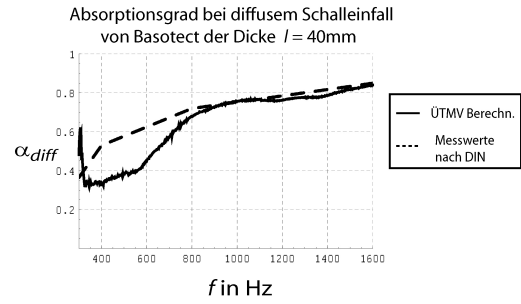
Der Zusammenhang  $J = f(\theta)$  in Gleichung (5) ist nichtlinear. Zur Lösung von Gleichung (6) fand daher ein iteratives Verfahren, das *Levenberg-Marquardt-Verfahren*, Anwendung.

Die Stabilität eines Schätzers hängt stark von der Anzahl der Eingangsparameter des jeweiligen Modells und der Wahl geeigneter Schätzstartwerte ab. Daher wurden an den Modellierungsgleichungen der Theorie des homogenen Mediums und des phänomenologischen Modells analytische Betrachtungen durchgeführt, die eine Bestimmung geeigneter Startwerte ermöglichen. Werden diese vor einer Schätzung ermittelt, so liefern die Parameterschätzer stabile und physikalisch plausible Ergebnisse.

## Anwendung

Mit Hilfe der entwickelten Software (Bedienoberfläche siehe Abb. 2) wurden die Absorberkennwertpaare nach dem ÜTMV von zwei porösen Absorbern (Glaswolle und Schaumstoff-Basotect) durch Messung bestimmt.

**Vergleichende Bestimmung des diffusen Schallabsorptionsgrades:** Anhand der Messwerte für den Basotectprüfling ist der Absorptionsgrad dieses Werkstoffs für diffusen Schalleinfall unter Berücksichtigung des Kanten-Beugungseffekts berechnet worden. Diese Ergebnisse wurden anschließend den Resultaten einer Absorptionsgradmessung für diffusen Schalleinfall nach DIN EN ISO 354 (Hallraumverfahren) gegenübergestellt (siehe Abb. 3). Dabei zeigte sich im Bereich höherer Frequenzen ( $f > 800\text{Hz}$ ) eine gute Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen des herkömmlichen und denen des hier vorgestellten indirekten Messverfahrens.



**Abbildung 3:** Vergleich der Ergebnisse einer Messung des diffusen Schallabsorptionsgrades nach dem Hallraumverfahren (DIN EN ISO 354) mit den anhand der Messwerte des Absorberkennwertepaares ( $k_A$ ,  $\underline{zeta}_A$ ) berechneten Resultaten.

**Schätzung der Strömungsresistenz:** Die durch Messung gewonnenen Absorberkennwertpaare des Faserabsorber- und des Schaumstoffprüflings sind darüber hinaus zur Schätzung der Absorberparameter herangezogen worden. In Tab. 1 ist der relative Fehler  $\Delta \Xi / \Xi$  des Schätzverfahrens angegeben. Die Schätzungen wurde hier beispielhaft für den Absorberparameter Strömungsresistenz  $\Xi$  durchgeführt. Der relative Fehler ist dabei anhand von Messwerten des direkten Verfahrens zur Bestimmung der Strömungsresistenz  $\Xi$  nach DIN EN 29 053 berechnet worden.

	$\Delta \Xi / \Xi$ Faserabsorber	$\Delta \Xi / \Xi$ Schaumstoff
Modell von DELANY/BAZELY	5,1%	5,9%
Theorie des hom. Mediums	13,2%	10,8
phänomenol. Modell	13,0%	10,6%

**Tabelle 1:** Relativer Fehler  $\Delta \Xi / \Xi$  des Schätzverfahrens für verschiedene Absorbermodelle und -materialien. Die Strömungsresistenz  $\Xi$  in  $\text{Ns/m}^4$  wurde durch Messung nach DIN EN29053 bestimmt (Faserabsorber  $6100 \text{Ns/m}^4$ , Schaumstoff  $6070 \text{Ns/m}^4$ ).

## Literatur

- [1] F.P. Mechel: Schallabsorber - Band II: Innere Schallfelder, Strukturen. Stuttgart, 1995
- [2] J.-F. Hamet, M. Bérengier: Acoustical characteristics of porous pavements: A new phenomenological model. Internoise Leuven p. 641 - 646, 1993
- [3] B. Song, J. Bolton: A transfer-matrix approach for estimating the characteristics impedance and wave numbers of limp and rigid porous materials. J. Acoust. Soc. Am. 107 (3), 2000
- [4] T. Feng: Entwicklung numerischer Verfahren zur Parameteridentifikation linearer mechanischer Systeme im Frequenzbereich. Düsseldorf, 1993